PROGRAMA EUCLIDES

Albert Fàbrega

1 Objectius del programa. 2
2 Fitxers subministrats 3
3 Estructura general de les comandes del programa 4
4 Les comandes d'Euclides1. 5
5 Missatges d'error 12
6 Algunes consideracions finals 13
7 Bibliografía. 13

1.- Objectius del programa

Els historiadors de les Matemàtiques assenyalen que la Geometría va ser la més antiga de les formes de coneixement científic i al mateix temps la primera en formalitzar-se com un cos de coneixements, de forma que va determinar molt profundament l'evolució del pensament científic. En la gestació d'aquest procés s'han indicat tres etapes que poden qualificar-se com "Geometría subconscient", "Geometría experimental" i "Geometría deductiva". Eves les distingeix així: "Les primeres consideracions geomètriques de l'home deuen ser molt antigues i es deuen haver originat subconscientment a partir de simples observacions nascudes de la capacitat humana per reconèixer la forma física i per comparar models i tamanys ... Aquest primer contacte nebulós amb molts conceptes geomètrics pot dir-se'n geometría subconscient".

"La segona etapa en geometría va sorgir quan la intel ligència humana fou capaç d'extreure d'un conjunt de relacions geomètriques concretes una relació general abstracta que contenia les primeres com a casos particulars ... L'etapa de laboratori en geometría es coneix com geometría científica (o experimental, o empírica o inductiva)".

El resultat desitjat s'ha obtingut per una petita cadena de raonament deductiu, originada en un resultat més fonamental. Aquest tipus de geometría es coneix com geometría deductiva (o demostrativa o sistemàtica)...".

Les consideracions anteriors es justifiquen amb la següent, encara més llarga:
"Hi ha un principi pedagògic basat en la famosa llei condensadament enunciada pels biòlegs en la forma: 'L'ontogenèsi recapitula la filogenèsi', la qual cosa significa simplement que, en general, 'l'individuu repeteix el desenvolupament del grup'. El principi pedagògic és que, almenys en grans línies, a un estudiant cal ensenyar-li una materia en l'ordre en el qual la matèria es va desenvolupar a través dels anys. Prenem la Geometría, per exemple. Hem vist que històricament la geometría va progressar a través de tres etapes -primer geometría subconscient, llavors geometría científica i finalment geometría demostrativa. El principi pedagògic reclama, llavors, que la geometría sigui presentada primer als nens petits en la seva forma subconscient, probablement a través de simple treball artistic i simples observacions de la natura. D'aquesta forma els nens petits estaran assabentats subconscientment d'un gran nombre de conceptes geomètrics, tals com distància, angle, triangle, quadrilàter, vertical, perpendicular, paral lela, línia recta, cercle, espiral, esfera, cilindre, con, etc. Llavors una mica més tard, aquesta base

subconscient serà aconduida cap a la geometría científica, on els alumnes induiran un conjunt considerable de fets geomètrics a través de l'experimentació amb regles i compassos, amb tisores i cola, amb models simples, etc. Encara més tard, quan l'estudiant s'ha tornat suficientment sofisticat, la geometría es pot presentar en la seva forma demostrativa, o deductiva, i els avantatges i inconvenients del primer procés poden ésser mostrats.

La part més dèbil d'aquest programa d'estudi geomètric avui a les nostres escoles sembla estar en la segona etapa de la geometría, la científica. No es dedica suficient temps a aquesta etapa. Hi ha moltes coses a dir en la geometría empírica o experimental. El temps dedicat aquí solidifica el domini de l'estudiant de molts conceptes geomètrics. Li mostra la importància i la necessitat essencial de processos inductius preliminars en matemàtiques, i al mateix temps li ensenya les deficiències quan el treball no es seguit per demostracions rigoroses. El que els professors necessiten en ordre a fer aquesta fase d'aprenentatge geomètric més extensa i més valuosa és una bona col lecció d'experiments geomètrics simples però significatius que facin servir models barats i fàcilment construïbles. El disseny d'un grup de tals experiments és molt recomanable a qualsevol interessat en l'aventura."

[Les anteriors cites són extretes de: GREAT MOMENTS IN MATHEMATICS (Before 1650) Howard Eves The Dolciani Mathematical Expositions, No. 5 The Mathematical Association of America, 1980]

L'objectiu del programa Euclides1 no és altre que el de cobrir una part d'un paquet d'experiments geomètrics a través de l'ordinador, bàsicament aquells experiments adaptats a la geometría euclidiana, especialment les construccions amb regla i compàs. Les dues limitacions més importants en el seu ús, són, creiem, la precisió del dispositiu gràfic usat i la imaginació de l'usuari.

Podeu trobar altres referències al programa, així com mostres d'"experiments" en que el programa s'ha usat amb éxit, als textos de la Bibliografia.

2.- Fitxers subministrats

EUCLIDES.COM conté el programa executable

EUCLIDES.TEX conté el text d'ajuda d'Euclides1

TRIANGLE.EUC exemple de la construcció del triangle equilàter seguint Euclides, llibre I, prop. 1

CERCLE_C.EUC exemple de la construcció del cercle circumscrit a un triangle

MANUAL.PRT conté aquest manual. Es pot imprimir amb la comanda PRINT del sistema.

READ.ME conté indicacions suplementàries i actualitzacions del manual.

L'únic fitxer imprescindible per executar el programa és EUCLIDES.COM. Si es vol disposar d'ajuda també cal tenir en el mateix disc el fitxer EUCLIDES.TEX. L'únic requeriment essencial de hardware per una execució absolutament correcta és la placa CGA.

3.-Estructura general de les comandes del programa

El programa té una estructura interactiva, de manera que l'usuari subministra ordres escollides d'un repertori i Euclides1 respon amb accions d'acord amb la comanda subministrada. Totes les comandes queden enregistrades en un fitxer, així que cal tenir suficient espai en el disc de treball. Abans de començar una construcció el programa sempre demana a l'usuari un nom que és obligatori i pot tenir fins a 80 caràcters. Cal dir però que els 8 primers caràcters els usa el programa com a nom del fitxer de comandes creat, de forma que és convenient que tots els noms tinguin almenys un dels 8 primers caràcters diferent dels altres per evitar perdre construccions anteriors. El nom es forma convertint tots els caràcters alabètics en els equivalents en majúscules ASCII estàndar. Els dígits es respecten. Tots els altres caràcters es converteixen en '_'.El programa afegeix automàticament el sufixe .EUC a tots aquests fitxers.

Conceptualment totes les comandes es divideixen en dues parts: el cap i la cua.El cap és el nom de la comanda i indica l'operació geomètrica que l'usuari desitja dur a terme. La cua és el conjunt de paràmetres passats amb la comanda i és un conjunt de punts referenciats per caràcters alfabètics que indica sobre quins objectes es vol realitzar l'acció definida pel cap. Així, per exemple, si es vol dibuixar la recta que passa pels punts A i B la comanda és recta(A,B). Aquí recta és el cap de la comanda i (A,B) és la cua de la comanda.

Com és habitual en llenguatges formals, en el que segueix indiquem amb <> els símbols no terminals. Els símbols terminals són les lletres -majúscules i minúscules-, els dígits i els símbols (,).

```
<comanda>::=<cap><cua>|<cap>
<cua>::=(<param>{,<param>})
<cap>::=lletra|lletra<cap>|dígit|dígit<cap>
<param>::=lletra|lletra<param>
```

Donat que en el que segueix els paràmetres o bé són punts (referenciats per una sola lletra) o bé segments (referenciats per dues lletres), els paràmetres de la cua de la comanda seran referits com a <punt> o com a <segment>.

Cal fer notar que el programa fa la conversió de majúscules en minúscules pel que fa als caps de les comandes, però els paràmetres cal teclejar-los en la mateixa forma que apareixen a la pantalla, així que el punt 'A' i el punt 'a' són diferents. També cal respectar escrupulosament l'ordre i el nombre de paràmetres de cada comanda. La indicació de que el programa està a punt per rebre una ordre és l'aparició del signe -> a la finestra de COMANDES.

Nota: L'esquema simple dels llenguatges formals que hem adoptat no és del tot correcte. En realitat els caps de les comandes s'ajusten més al concepte de paraula reservada. No obstant aquesta adopció es justifica en el sentit d'abreujar l'explicació i pel fet que per una banda el programa processa totes les comandes -ni que sigui com a errors- i per l'altra els caps de les comandes poden modificar-se fàcilment canviant-les per qualsevol altra tira de caràcters.

En principi els caps de les comandes s'han de teclejar literalment tal i com es descriuen a continuació. El programa té una certa capacitat de correcció d'errors en el tecleig, de forma que en certs casos apareix una finestra d'ATENCIO amb una llista de una o més comandes que poden adaptar-se a la que l'usuari desitjava realment. Si això és així l'usuari pot seleccionar i executar la que vol. Sinó pot tornar al porcessador de comandes d'Euclides i la seva ordre anterior és tractada com un error.

4.-Les comandes d'Euclides1.

Punt

Dibuixa un punt aleatori en el dispositiu gràfic. Al mateix temps assigna un caràcter alfabètic com a nom del punt per posteriors referències. Els noms assignats són les successives lletres de l'alfabet començant per les majúscules i seguint per les minúscules. Si s'han anomenat més de 52 punts es torna a començar i els primitius punts -tot i que figuren a la pantalla- es perden i ja no tornen a ser accesibles pel programa. És com si tot tornés a començar de nou. Per això és aconsellable no usar més de 52 punts a una construcció.

Exemple:

punt ;Si és la primera de totes les comandes, al dispositiu surt un punt anomenat amb la lletra A ;Si l'últim punt anomenat era el punt'z', ara el nou punt és el 'A' i tota referència als punts anteriors es perd

Recta
Dibuixa una recta aleatoria a la pantalla. En primer lloc es dibuixen dos punts aleatoriàment i a continuació la recta que uneix aquests dos punts.
Exemple:
recta ;Si és la primera de totes les comandes sortiran dos punts anomenats A i B i a continuació la recta que passa per aquests dos punts. Posteriors referències a aquesta recta es passaran com AB.

Sitpunt

Aquesta ordre permet a l'usuari situar un o més punts a la pantalla en els llocs desitjats. Després d'entrar la comanda i apretar RETURN, surt a la finestra de gràfics un cursor. Aquest cursor es pot moure a qualsevol lloc de la finestra amb les tecles de moviment del cursor: amunt, avall, esquerra i dreta. Disposa de dues velocitats: lenta i ràpida. Per defecte l'activada és la ràpida. La tecla f2 commuta entre la velocitat lenta i la ràpida. Després de situar el cursor en el lloc desitjat, en apretar RETURN apareix un nou punt en aquella posició. Per acabar de situar punts i tornar al processador de comandes d'Euclides1 cal apretar la tecla f1.

Recta(<punt>,<punt>)

Dibuixa una recta que passa pels dos punts donats com a paràmetres.
Exemple:
recta(D,N) ;Dibuixarà la recta que uneix els punts anomenats D i N.

Segment

Dibuixa un segment aleatori a la pantalla. En primer lloc es dibuixen dos punts aleatoriàment i a continuació el segment que uneix aquests dos punts.
Exemple:
segment ;Si és la primera de totes les comandes, sortiran dos punts anomenats A i B i a continuació el segment que uneix aquests dos punts. Posteriors referències a aquest segment es passaran com AB.

Segment(<punt>,<punt>)

Dibuixa el segment que uneix els dos punts passats com a paràmetres.
Exemple:
segment(a,X) ;Dibuixarà el segment que uneix els punts anomenats a i X.

Cercle(<punt>,<segment>)

Dibuixa el cercle que té per centre el punt anomenat en el primer paràmetre i com a radi el segment determinat pel segon paràmetre.
Exemple:
cercle(H,GF) ;Dibuixarà el cercle amb centre H i radi GF.

Arc(<punt>,<segment>,<punt>,<punt>)

Dibuixa l'arc de cercle que té per centre el punt anomenat en el primer paràmetre i radi el segment determinat pel segon paràmetre. El tros d'arc dibuixat és el comprés entre la semirecta que va del centre al punt donat pel tercer paràmetre i la semirecta que va del centre al punt donat pel quart paràmetre. L'arc va de la primera semirecta a la segona en sentit contrari al rellotge. Els punts corresponents al tercer i quart paràmetres no cal que estiguin sobre el cercle.
Exemple:
arc(G,GA,C,D) ;Dibuixa l'arc de cercle amb centre G i radi GA comprés entre la semirecta GC i la semirecta GD. L'arc va de GC cap a GD en sentit contrari al rellotge.

Intcc(<punt>,<segment>,<punt>,<segment>)

Determina la intersecció (anomenant els punts de tall) del cercle que té per centre el punt donat en el primer paràmetre i radi donat pel segon paràmetre, amb el cercle que té per centre el punt donat pel tercer paràmetre i radi el segment passat com a quart paràmetre.
Exemple:
intcc(B,AC,J,JK) ;Dibuixa els punts d'intersecció del cercle amb centre B i radi AC, amb el cercle de centre J i radi JK.

Intrc(<segment>,<punt>,<segment>)

Determina la intersecció (anomenant els punts de tall) de la recta referida pel primer paràmetre amb el cercle de centre donat pel segon paràmetre i de radi donat pel tercer paràmetre.

Exemple:
intrc(EF,F,AE) ;Dibuixa la intersecció de la recta EF amb el cercle de centre F i radi AE.

Intrr(<segment>,<segment>)

Determina la intersecció de dues rectes (anomenant els punts de tall). El primer paràmetre correspon als punts de definició d'una de les rectes i el segon a l'altra.
Exemple:
intrr(AB,ST) ;Dibuixa el punt en que es tallen les rectes AB i ST.

Orto(<segment>,<punt>)

Determina la perpendicular a la recta donada pel primer paràmetre i que passa pel punt donat pel segon paràmetre. La comanda crea un segon punt que pertany a la perpendicular però NO la dibuixa. El nou punt creat, juntament amb el segon paràmetre de la comanda serveixen per referència posterior a la perpendicular.
Exemple:
orto(DC,V) ;Si l'últim punt anomenat en la construcció era el X, surt un nou punt anomenat Y de forma que la recta VY és la perpendicular a la recta DC.

Perp(<segment>,<punt>)

Aquesta comanda fa exactament el mateix que orto, però a més a més es dibuixa la recta perpendicular al primer paràmetre i que passa pel segon paràmetre.
Exemple:
perp(DC,V) ;Dibuixa la perpendicular a DC que passa per V. Si l'últim punt creat a la construcció era el X ara es crea el punt Y i la recta dibuixada és la VY.

Triangle

Dibuixa un triangle aleatori a la pantalla.
Exemple:
triangle ;Si aquesta és la primera comanda de la construcció, sortirà dibuixat un triangle de vèrtexs A,B i C.

Trirec

Dibuixa un triangle rectangle aleatori a la pantalla.

Exemple:

trirec ;Si aquesta és la primera comanda de la construcció, sortirà dibuixat un triangle rectangle de vèrtexs A,B i C.

Punrec(<punt>,<punt>)

Determina un punt aleatori sobre la recta definida pels dos punts passats com a paràmetres.
Exemple:
punrec(A,E) ;Dóna un punt aleatori sobre la recta AE.

Punseg(<punt>,<punt>)

Determina un punt aleatori a l'interior del segment que uneix els dos punts passats com a paràmetres.
Exemple:
punseg(X,F) ;Dóna un punt aleatori interior al segment XF.

Parseg(<punt>,<punt>)

La funció d'aquesta comanda és partir un segment en una raó donada. Després de teclejar la comanda i apretar RETURN, apareix a la finestra de MISSATGES la pregunta: "Proporció?:". L'usuari ha de teclejar llavors un valor en forma de fracció a/b que indica la raó en que el nou punt creat dividirà el segment determinat pels dos paràmetres passats a la comanda. Si el punt creat és <nou_punt>, llavors la distància entre el primer paràmetre i <nou_punt> dividida per la longitud del segment original és precissament el valor teclejat per a la raó. Els valors permesos per a i b són qualssevol enters no negatius en el rang 0..9999.
Exemple:
parseg(A,B) ;Surt a la finestra de MISSATGES el text "Proporció?:"
2/3 ;Surt el punt C (si l'últim dibuixat era el B) de forma que AC/AB=2/3.

Mig(<punt>,<punt>)

Determina el punt mig del segment definit pels dos punts passats com a paràmetres.
Exemple:
mig(D,E) ;Dóna el punt mig del segment DE. Això equival a parseg(D,E) i proporció igual a 1/2.

Distancia(<punt>,<punt>)

Dóna el valor numèric en milimetres, de la distancia entre els dos punts passats com a paràmetres. El valor d'aquesta distància s'escriu a la finestra de MISSATGES.

Exemple:
distancia(P,Q) ;Surt a la finestra de missatges el valor de la distància de P a Q en milímetres.

Angle(<segment>,<segment>)

Dóna el valor numèric en graus sexagesimals de l'angle format per les dues rectes passades com a paràmetres. Sempre es dóna la mesura de l'angle més petit dels dos possibles.
Exemple:
angle(AB,CD) ;Surt a la finestra de missatges el valor de l'angle format per les rectes AB i CD en graus sexagesimals.

Para(<segment>,<punt>)

Dibuixa la paral lela a la recta donada pel primer paràmetre i que passa pel punt corresponent al segon paràmetre. Al mateix temps es crea un nou punt que juntament amb el segon paràmetre serveix com a referència de la recta tot just construïda.
Exemple:
para(AB,C) ;Dibuixa la paral lela a AB que passa per C. Si aquest era l'últim punt, surt un punt D de forma que la paral lela dibuixada és la recta CD.

Ploma

Permet el canvi de la ploma en el dibuix i fer així línies de diferents gruixos. Després de teclejar la comanda i apretar return, a la finestra de MISSATGES surt el text "Tamany?:". L'usuari ha de teclejar el tamany desitjat per la ploma que pot ser qualsevol enter des de 1 a 4. El valor 1 correspon a la ploma més fina i és el valor que usa Euclides1 per defecte. La ploma més gruixuda correspon al valor 4. S'aconsella usar plomes de tamany diferent a 1 amb precaució donada la poca precisió gràfica de la placa CGA. Només en algunes construccions pot interessar resaltar una part de la figura final i per tant usar una ploma més gruixuda.
Exemple:
ploma ;A la finestra de missatges surt el text "Tamany?:"
2 ;A partir d'ara les línies i punts es dibuixen amb un gruix aproximadament doble de les d'abans (si abans s'usava la ploma de tamany 1).

Estil

Permet modificar l'estil de les línies. Després de teclejar la comanda i apretar return, a la finestra de missatges surt el text "Tipus?:". L'usuari ha de teclejar l'estil de línia desitjat que

pot ser : trossos (línies discontinues en forma de guions), eix (línies discontinues en forma de guió-punt) o continua (línies continues). L'estil continua és el que el programa usa per defecte. Cal usar els estils diferents del continu amb precaució degut a la poca precissió de la placa CGA. En qualsevol cas els arcs i cercles sempre s'han de dibuixar usant l'estil continu.
Exemple:
estil ;A la finestra de missatges surt el text "Tipus?:"
trossos ;A partir d'ara totes les línies es dibuixen de forma discontinua a base de guions.

Consulta

Permet veure les comandes entrades fins al moment actual. El màxim és 200. Si n'hi ha més només es mostren les 200 primeres. Les demés es poden veure consultant el fitxer de la construcció un cop acabada la sessió.

Color

Permet triar el color dels dibuixos de la pantalla. Aquest color es sempre el mateix per tota la pantalla. Després de teclejar la comanda i apretar return, a la finestra de missatges surt la pregunta "Quin?:". L'usuari ha de teclejar el color desitjat que pot ser qualsevol dels següents: negre, blau, verd, cian, vermell, lila, marró, gris fort, gris fluix, blau cel, verd fluix, cian fluix, rosa, lila fluix, groc, blanc.
Aquesta comanda només pretén que l'usuari trii el color que li sembla més còmode visualment. Compte amb el negre i gris fort, ja que el fons de la pantalla és sempre negre i per tant el dibuix desapareix, tot i que al canviar de color torna a sortir el que hi havia. El color per defecte és el verd.
Exemple:
color ;A la finestra de missatges surt el text "Quin?:"
cian ;Tots els gràfics i textos es mostren a partir d'ara amb el nou color.

Cita

Situa les lletres dels noms dels punts en el primer pla de la pantalla per sobre els dibuixos. Sovint, en construccions complexes en que moltes línies fan quasi il legibles els noms dels punts, cal executar aquesta comanda per evitar confusions en els paràmetres de les comandes geomètriques.
Exemple:
cita ;Totes les lletres dels punts passen a un primer pla per sobre dels dibuixos.

Esborra

Esborra la pantalla i la construcció feta fins al moment, equival a començar tot de nou.

Ajuda

Mostra a la pantalla un text d'ajuda amb totes les comandes d'Euclides1.

Acaba

Acaba la sessió de treball amb Euclides1 i torna al sistema operatiu.

5.-Missatges d'error

En cas de produir-se un error, la resposta habitual d'Euclides1 consisteix en:
1. Sona la campana indicant que hi ha un error.
2. Surt un missatge a la finestra de MISSATGES indicant quina és la causa de l'error i desapareix al cap d'uns instants.
3. El programa ignora la comanda i en demana una de nova.

Els missatges d'error són els següents:

"Comanda no vàlida" : S'ha teclejat una tira de caràcters que el programa no reconeix.

"Cap de comanda no vàlid" : S'ha teclejat un cap de comanda que no correspon a cap dels reconeguts pel programa.

"Falta tancar el parèntesi" : Autoexplicatiu

"Paràmetres incorrectes" : S'han passat més o menys paràmetres dels necessaris i/o els número de caràcters dels paràmetres no correspon als requerits.

"El punt no existeix o paràmetre no vàlid" : S'ha passat un paràmetre que anomena un punt que no forma part de la construcció i/o entre els paràmetres hi figuren caràcters no alfabètics.

"Un sol punt no determina una recta" : Dos caràcters que determinen una recta són el mateix o es refereixen al mateix punt.

"La proporció ha d'ésser de la forma a/b" : A la comanda parseg s'ha passat una proporció incorrecta. a i b han d'ésser enters no negatius.També es pot donar aquest error en alguns casos en que la longitud de a/b és de més de 9 caràcters.

"Divisió per zero" : Autoexplicatiu.

"Valor fora de rang" : Un valor no està dintre dels límits permesos. Recordem que per parseg el rang vàlid és 0..9999.

Les situacions que poden donar lloc a errors de tipus lògic són responsabilitat de l'usuari i la resposta del programa és indefinida. Els errors de tipus lògic poden no ser fatals però el comportament del programa és imprevisible. Per exemple és responsabilitat de l'usuari que quan es refereixi a la intersecció de rectes i cercles, aquests efectivament es tallin. Altrament la comanda és errònia encara que pugui no afectar l'execució subsegüent del programa.

6.-Algunes consideracions finals

En la geometría euclidiana, es consideren les possibles construccions amb regla i compàs. Així que, en principi, només les tres comandes intcc, intrc, intrr són imprescindibles. És ben sabut que perpendiculars i paral leles, per exemple, poden fer-se amb regla i compàs. L'única finalitat al incorporar-les com comandes amb el seu propi dret, és la de facilitar la seva construcció i evitar la complicació innecessaria del dibuix, donat que són d'ús freqüent.
No obstant això, és molt aconsellable en l'ús a classe del programa que es posin limitacions als alumnes pel que fa a utilitzar indiscriminadament totes les comandes. En tant que la construcció ho permeti, creiem que és més educatiu fer ús del mínim de comandes possibles i fer-los fer, per exemple, construccions de paral leles sota limitacions, com les evidents de no fer servir ni orto, ni perp, ni para.

Podeu consultar els fitxers triangle.euc i cercle_c.euc per exemples de construccions amb el programa.

7.-Bibliografía

Geometría.Curso Superior, Ed. Bruño, Madrid 1941

Eves,H. Great Moments in Mathematics (Before 1650), The Dolciani Mathematical Expositions, MAA, 1980

Euclid, The Elements, Dover, New York 1956

Fàbrega,A. Euclides i la Tortuga, edicions UPC, Barcelona 1987

Fàbrega,A.,Montes,A.,Parra,A. EuclidesII.Manual de referència, Facultat d'Informàtica de Barcelona UPC, Barcelona, 1987

Als textos anteriors s'hi poden trobar moltes més referències bibliogràfiques d'interés sobre problemes que es poden resoldre amb Euclides1.